

# ارائه ی مدل اندازه گیری بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران - بافق با استفاده از روش تصمیم گیری گروهی

ایمان شیرزاد\*  
ایران، کارشناس ارشد استخراج معدن  
Iman\_shirzad@yahoo.com

مهدی امیرافشاری  
ایران، استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب  
Afshtar@azad.ac.ir

سید کاظم اورعی  
انگلستان، استاد دانشگاه استرلینگ  
Sko1@stir.as.uk

## چکیده

تصمیم گیری گروهی به دو روش کلی رتبه ای و کاردینال (امتیاز دهی) انجام می شود. در این مقاله از روش تصمیم گیری گروهی با استفاده از مقایسه زوجی، به دو روش محاسبه ی  $\lambda_{max}$  و بردار ویژه نظیر به آن از تجزیه ماتریس  $D_{mxm}$  و محاسبه ی بردار ویژه از ماتریس  $D_{mxm}$  به روش تقریبی، استفاده شده است.

از قضاوت خبرگان بخش معدن در بکارگیری از روش های مذکور استفاده شده است. هزینه های نیروی انسانی، انرژی، مواد مصرفی و سرمایه ای شرکت مورد مطالعه در این مقاله که به عنوان داده جهت اندازه گیری بهره وری کل عوامل در شرکت مذکور به کار گرفته شده اند، مورد ارزیابی و اولویت بندی قرار گرفته اند تا با به دست آمدن اوزان ورودی های مذکور اولویت در مدیریت هزینه ها به منظور افزایش بهره وری کل و نیز فرمول اندازه گیری بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران - بافق مشخص گردد.

کلمات کلیدی: بهره وری، مدل بهره وری کل، تصمیم گیری چند متغیره، مشورت گروهی، شرکت سنگ آهن مرکزی ایران - بافق

## Presentation of measurement model for total productivity in Iran's central iron ore Deposit-Bafgh Co. using group decision making method

### ABSTRACT

Group decision is usually made using ordinal and cardinal methods. Group decision making is used in this paper by applying binary comparison, and two calculating methods were used including Calculation of  $\lambda_{max}$  and comparable particular vector from analysis matrix  $D_{mxm}$  and Calculation of particular vector from matrix  $D_{mxm}$  by approximate method.

The methods were selected based on the ideas of a number of sophisticated mine experts. In order to measure the efficacy in the company, the costs for human resources, energy, materials, and the capital were taken into account. Then, the costs were evaluated and prioritized. Having taken them into consideration, priorities in cost management were determined. The major purposes behind that were increasing total productivity and determining its formula in Iran's Central Iron Ore Company in Bafq.

## مقدمه

در مباحث مدیریتی گفته می شود که اگر نتوانی چیزی را اندازه گیری کنی، نمی توانی آن را مدیریت کنی؛ بنابراین مدیران واحدهای صنعتی و معدنی که به ارتقای عمل کرد واحد تحت سرپرستی خود می اندیشند، باید بتوانند بهره وری را اندازه گیری کنند تا از نتایج آن در تصمیم گیری هایشان بهره گرفته و قادر باشند که در مسیر ارتقای بهره وری حرکت کنند یا به عبارتی آن را مدیریت کنند. بهره وری مفهومی است جامع و کلی که افزایش آن به عنوان یک ضرورت، جهت ارتقای سطح زندگی انسانها و ساختن اجتماعی مرفه تر که هدفی ملی برای همه کشورهای جهان است، همواره مد نظر صاحب نظران سیاست و اقتصاد می باشد. بهره وری درجه ی استفاده ی مناسب از منابع به کار رفته در یک فرآیند برای تولید محصول یا ارائه ی خدمت را بیان می کند. بنابراین بهبود بهره وری استفاده بهینه از منابع به کار گرفته را به دنبال دارد. بهره وری امکان تولید ستاده ی مناسب با کیفیت بالاتر را فراهم می سازد و این نکته در میزان قدرت رقابت شرکت در بازارهای داخلی و خارجی مؤثر است.

تا کنون روش ها و مدل های بسیاری جهت اندازه گیری بهره وری کل ارائه گردیده است که بر حسب هدف و شرایط سیستم های مختلف، این روش ها نیز متفاوت هستند. اما بطور کل بهره وری حاصل تقسیم ستاده ها بر داده ها است. استفاده از نظریات چندین تصمیم گیرنده (DM'S) به جای یک تصمیم گیرنده، مسلماً موجب پیچیدگی های زیادی در تجزیه و تحلیل یک تصمیم خواهد شد که نه تنها به دلیل دسترسی به توافق جمعی در لویت بندی گزینه ها (یا عوامل مؤثر بر یک معلول) خواهد بود، بلکه عللی دیگر مانند تعارضات ممکن در بین اعضای گروه تصمیم گیرندگان و برخوردار بودن احتمالی آن ها از اهداف و معیارهای مختلف، موجبات این پیچیدگی ها را میسر می سازد.

## معرفی روش

### تصمیم گیری گروهی با استفاده از مقایسات زوجی

فرض کنیم  $m$  گزینه (یا شاخص) برای اولویت بندی توسط یک گروه  $k$  نفره از خبرگان در دست است. اولویت بندی از طریق مقایسات زوجی (باینری) توسط هر یک از خبرگان صورت می پذیرد.

اگر  $k_{ij}$  نشان دهنده تعداد رای دهنده گانی که  $A_i$  را به  $A_j$  ارجح دانسته اند (در نتیجه  $k_{ji}$  بیان گر تعدادی خواهد بود که  $A_j$  را بر  $A_i$  ارجح دانسته اند، به طوری که

$k_{ij} + k_{ji} = k$ ) آن گاه ماتریس تصمیم گیری گروهی ( $D_{m \times m}$ ) به صورت ذیل مفروض

خواهد بود که به ماتریس نسبت ارجحیات معروف می باشد.

$$D_{m \times m} = \begin{matrix} & \begin{matrix} A_1 & A_2 & \dots & A_j & \dots & A_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{i=j} \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_{1,2}}{k_{2,1}} & \dots & \frac{k_{1,j}}{k_{j,1}} & \dots & \frac{k_{1,m}}{k_{m,1}} \\ \frac{k_{2,1}}{k_{1,2}} & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{k_{i,1}}{k_{1,i}} & \dots & \dots & 1 & \dots & \frac{k_{i,m}}{k_{m,i}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{k_{m,1}}{k_{1,m}} & \frac{k_{m,2}}{k_{2,m}} & \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

هر عنصر  $a_{ij} = \frac{k_{ij}}{k_{ji}}$  نشان دهنده ی نسبت رأی دهندگان موافق به

ارجحیت  $A_i$  بر  $A_j$  تقسیم بر رأی دهندگان موافق به ارجحیت  $A_j$  بر  $A_i$  می باشد. (به لفظ دیگر، این نسبت نشان دهنده ی شدت نسبی ارجحیت  $A_i$  بر  $A_j$  است). عناصر واقع در زیر قطر اصلی از ماتریس مربع  $D$ ، همان طور که ملاحظه می شود، عکس عناصر واقع در بالای آن قطر بوده و کلیه عناصر نیز مثبت هستند. بنابراین، ماتریس مربع  $D$  دارای ویژگی عکس پذیری بوده و قابل تجزیه به عناصر ویژه و بردارهای ویژه است. از طرف دیگر، این ماتریس، بر خلاف ماتریس حاصل از AHP، نیازی به تست سازگاری ندارد؛ زیرا گرچه، به ازای هر عنصر از آن،  $\frac{1}{a_{ji}} a_{ij}$  استاما برای آن داریم:

$$\begin{cases} a_{i,1} \cdot a_{1,j} \neq a_{i,j} ; j \neq 1 \\ \frac{k_{i,1}}{k_{1,i}} \cdot \frac{k_{1,j}}{k_{j,1}} \neq \frac{k_{i,j}}{k_{j,i}} \quad \text{یا} \quad a_{i,j} \neq \frac{a_{i,1}}{a_{j,1}} \end{cases}$$

پرون - فرو بنیوس<sup>[2]</sup> وجود یک عنصر ویژه حقیقی و بیش ترین ( $\lambda_{max}$ ) را برای یک ماتریس مربع و با عناصر مثبت نشان می دهد، به طوری که بردار ویژه نظیر به آن بیان گر بردار اوزان (اولویت بندی ها) خواهد بود (این بردار منحصر به فرد است). عنصر ویژه  $\lambda_{max}$  و بردار ویژه نظیر به آن عنصر را می توان از تجزیه ماتریس مربع  $D$  به عناصر ویژه و بردار آن به دست آورد و یا از روش تقریبی، با استفاده از میانگین هندسی، برآوردی از آن را محاسبه نمود.

### ۱- محاسبه ی $\lambda_{max}$ و بردار ویژه نظیر به آن از تجزیه ماتریس $D_{m \times m}$

می دانیم که:

$$\begin{cases} (2) \text{ (بردار مجهول اوزان)} & \left\{ \begin{array}{l} D.W = \lambda.I ; W^t = \{w_1, \dots, w_m\} \\ (D - \lambda.I)W = 0 \end{array} \right. \end{cases} \quad (3)$$

برای محاسبه  $W \neq 0$  از این دستگاه همگن می بایست دترمینال زیر برابر صفر شود.

$$\det|D - \lambda.I| = 0 \quad (4)$$

$\lambda_{max}$  را از حل (4) به دست آورده و سپس بردار  $W$  (مشخص کننده اوزان) از رابطه (3-5) مشخص خواهد شد.

اساس تجزیه ماتریس تصمیم گیری  $D_{m \times m}$  به عناصر ویژه و بردار ویژه بر مبنای ماتریس Dodgson است. فرض این تجزیه بر آن است که ارزش  $(a_{ij})$  حاصل

از مقایسات زوجی نشان دهنده اوزان نسبی  $\left(\frac{w_i}{w_j}\right)$  از گزینه های  $i$  و  $j$  باشند.

ماتریس  $D$ ، در این صورت، به قرار ذیل خواهد بود:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} A_1 & A_2 & \dots & A_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{A_1}{w_1} & \frac{A_2}{w_1} & \dots & \frac{A_3}{w_1} \\ \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_2} \\ \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_2}{w_1} & \dots & \frac{w_m}{w_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_m}{w_1} & \frac{w_m}{w_2} & \dots & \frac{w_m}{w_m} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

ماتریس  $D$  عکس پذیر، با عناصر مثبت و از رتبه یک است (زیرا هر ردیف آن برابر با ضریبی از ردیف یکم است). بنابراین فقط یک عنصر ویژه غیر صفر از رابطه (4) به دست خواهد آمد و بقیه عناصر ویژه  $(\lambda_i)$  برابر صفر خواهند بود. از طرف دیگر می دانیم که در این وضعیت می بایست:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = tr(D) = D = m \quad (6)$$

بنابراین، تنها عنصر غیر صفر نیز ماکزیمم و برابر با  $m$  است  $(\lambda_{max}=m)$ ؛ راه حل  $W$ ، به ازای  $\lambda_{max}$  در این صورت برابر با ضریبی از هر یک از ستون های  $D$  خواهد بود. این راه حل، بدون توجه به این که کدام ستون از  $D$  برای آن راه حل به کار رود، منحصر بفرد است.

اما چون تأمین این فرض، از قضاوت گروه تصمیم گیرندگان و خبرگان، بسیار مشکل و حتی غیر ممکن است، مشکلات محاسبه ای از AHP و تردید در اعتبار آن

به وقوع پیوسته است [1]. از جمله، نرمالیزه کردن هر ستون از مقایسات زوجی، به صورت مجزا (در روش تقریبی از برآورد بردار ویژه)، توسط شنکرمن [6] نشان داده شده است که موجب تغییر مقیاس و Rank-Reversal می گردد. در نتیجه، برای شرایط قضاوت هاینادقیق، مناسب تر است که به ازای تجزیه ریاضی برای ماتریس  $D$  از  $\lambda_{max}$  آن استفاده نمود و به ازای به کارگیری روش تقریبی در برآورد بردار ویژه از میانگین هندسی برای هر ردیف از ماتریس  $D$  (چون  $a_{ij}$  از آن به صورت یک نسبت است) و سپس از نرمالیزه آن میانگین ها استفاده نمود.

## ۲- محاسبه ی بردار ویژه از ماتریس $D_{m \times m}$ به روش تقریبی

همان طور که در فوق استدلال گردید، برای برآوردی از بردار ویژه (به طوری که نشان دهنده تقریبی از اولویت بندی گزینه ها باشد)، ابتدا میانگین هندسی از هر ردیف موجود از ماتریس  $D$  را محاسبه نموده و سپس بردار حاصل از این میانگین ها نرمالیزه خواهد شد.

اگر عناصر ماتریس  $D$  برابر با  $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$  باشند، این روش عیناً موجب دسترسی

به اوزان خواهد شد زیرا:

(میانگین هندسی)

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_m} \\ \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_m}{w_1} & \frac{w_m}{w_2} & \dots & \frac{w_m}{w_m} \end{array} \right] \begin{array}{c} \frac{w_1}{(w_1, w_2, \dots, w_m)^{1/m}} \\ \vdots \\ \frac{w_m}{(w_1, w_2, \dots, w_m)^{1/m}} \end{array}$$

برای مجموع میانگین ها به منظور نرمالیزه کردن داریم :

$$(8) \text{ (چون } \sum_{i=1}^m w_i = 1) ; \frac{1}{(w_1, w_2, \dots, w_m)^{1/m}} ; \text{ مجموع میانگین ها} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_m}{(w_1, w_2, \dots, w_m)^{1/m}}$$

از حاصل تقسیم هر میانگین هندسی بر مجموع آن ها خواهیم داشت:

$$W^t = (w_1, w_2, \dots, w_m) \quad (9)$$

به منظور برآورد یک تقریب مناسب تر از بردار اوزان می توان از به ایستایی رساندن فرآیند فوق (از روش تقریبی)، با به کارگیری توان های متوالی از  $D^q$ ، استفاده نمود.



برای استفاده از تجزیه ی ماتریس D به عناصر ویژه استفاده از رابطه ی (۴) داریم:

$$\det|D - \lambda| = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & \frac{19}{13} & \frac{29}{3} & \frac{24}{4} \\ \frac{13}{19} & 1 - \lambda & \frac{29}{3} & \frac{29}{3} \\ \frac{3}{29} & \frac{3}{29} & 1 - \lambda & \frac{16}{15} \\ \frac{4}{28} & \frac{3}{29} & \frac{15}{16} & 1 - \lambda \end{vmatrix}$$

از حل (ترمینال فوق با استفاده از نرم افزار Matlab، نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_{max} \\ \lambda_2 &= -0. \\ \lambda_3 &= -0. \\ \lambda_4 &= -0. \end{aligned}$$

چون عناصر موجود از ماتریس D مشخصاً برابر  $\frac{w_i}{w_j}$  نیست، ملاحظه می شود که  $\lambda_{max}$  از بعد ماتریس یعنی ۴، بیش تر شده و سایر عناصر ویژه  $(\lambda_3, \lambda_2)$  غیر صفرند.

در ادامه به منظور محاسبه بردار W، با استفاده از  $\lambda_{max}$  و رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$W^t = \begin{bmatrix} 0.171 & 0.125 & 0.110 & 0.052 \\ -3.0498 & \frac{19}{13} & \frac{29}{3} & \frac{28}{4} \\ \frac{13}{19} & -3 / 0498 & \frac{29}{3} & \frac{29}{3} \\ \frac{3}{29} & \frac{3}{29} & -3 / 0498 & \frac{16}{15} \\ \frac{4}{28} & \frac{3}{29} & \frac{15}{16} & -3 / 0498 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix} = 0$$

در این مرحله نیز از نرم افزار Matlab برای به دست آوردن بردار W استفاده شده است.

میانگین هندسی، به ترتیب از هر ردیف ماتریس D عبارت است از :

$$g_1 = \left\{ \prod_{j=1}^4 \alpha_{ij} \right\}^{\frac{1}{4}} = 3.154$$

$$g_2 = \left\{ \prod_{j=1}^4 \alpha_{ij} \right\}^{\frac{1}{4}} = 2.827$$

$$g_3 = \left\{ \prod_{j=1}^4 \alpha_{ij} \right\}^{\frac{1}{4}} = 0.327$$

$$g_4 = \left\{ \prod_{j=1}^4 \alpha_{ij} \right\}^{\frac{1}{4}} = 0.343$$

با نرمالیزه کردن این میانگین ها، برای بردار اوزان خواهیم داشت:

با توجه به اوزان به دست آمده بوسیله ی روش فوق، می توان گفت تقریب اوزان در اینجا و در نتیجه اولویت بندی گزینه ها، برابر اوزان و اولویت بندی موجود در مورد (الف) است. یعنی همانند محاسبات انجام شده در قسمت الف:

$$I > L > M > E$$

### معرفی فرمول بهره وری

با به دست آمدن اوزان هر یک از هزینه های نیروی انسانی، انرژی، مواد مصرفی و سرمایه در بخش قبلی، حال می توان از این ضرایب در مشخص نمودن شدت تأثیر هر یک از آن ها در فرمول بهره وری کل شرکت سنگ آهن مرکزی ایران - بافق استفاده نمود.

$$(۱۱) \quad TFP = \frac{Q}{\alpha I + \beta L + \delta E + \gamma M}$$

که در آن:

Q: مقدار یا ارزش کل تولیدات

I: هزینه های سرمایه ای

L: هزینه های نیروی انسانی

E: هزینه های انرژی

M: هزینه های مواد مصرفی

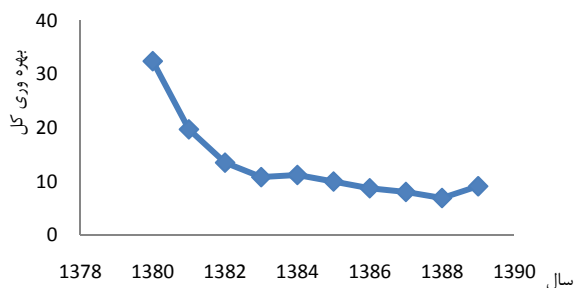
در نتیجه گزینه I یعنی هزینه های سرمایه ای در رتبه یکم اولویت با وزن ۰/۴۷۴، گزینه ی L یعنی هزینه ی نیروی انسانی در رتبه ی دوم اولویت با وزن ۰/۴۲۵، گزینه M یعنی هزینه ی مواد مصرفی در رتبه سوم اولویت با وزن ۰/۰۵۲ و در نهایت گزینه ی E یعنی انرژی در رتبه ی چهارم اولویت با وزن ۰/۰۴۹ واقع شده اند.

ب- ازای روش محاسبه ی بردار ویژه از ماتریس  $D_{mxm}$  به روش

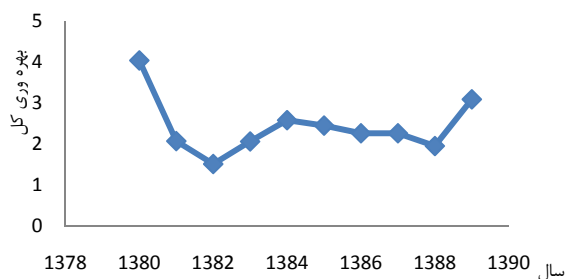
تقریبی:

$$W^t = \{0$$

به منظور مشاهده ی بهتر روند بهره وری کل در شرکت مذکور، رسم شده اند.



نمودار ۱- مقایسه تغییرات بهره‌وری کل براساس مقدار کل تولیدات و اوزان ثابت و متغیر در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق طی سال های ۸۹-۱۳۸۰ (تن به میلیون ریال)



نمودار ۲- مقایسه تغییرات بهره‌وری کل براساس ارزش کل تولیدات و اوزان ثابت و متغیر در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق طی سال های ۸۹-۱۳۸۰ (ریال به ریال)

### نتیجه گیری

باتوجه به مدل ریاضی ارائه شده برای اندازه گیری بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق و اوزان به دست آمده برای هزینه های شرکت به عنوان داده های ورودی، ملاحظه گردید که به ترتیب اهمیت هزینه های سرمایه ای، نیروی انسانی، مواد مصرفی و انرژی در بهره وری کل مؤثرند و می بایست اولویت مدیریت به منظور افزایش بهره وری با ترتیب مذکور باشد.

از مدل ارائه شده با توجه به این که نظر خبرگان صنعت سنگ آهن در خصوص شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق در ان لحاظ شده است، می توان به عنوان یک فرمول کلی جهت محاسبه ی بهره وری کل در شرکت مذکور طی سال های بعد نیز استفاده نمود. هر چند مناسب تر آن است که در طول بازه های زمانی مشخص با توجه به روش ارائه شده، در فرمول به دست آمده بازنگری گردد.

α: وزن هزینه های سرمایه ای

β: وزن هزینه های نیروی انسانی

δ: وزن هزینه های انرژی

γ: وزن هزینه های مواد مصرفی

و با توجه به فرمول بالا و اوزان به دست آمده ، فرمول بهره وری زیرجهت

محاسبه ی بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق، ارائه می گردد:

$$TFP = \frac{Q}{0.474I + 0.425L + 0.049E + 0.052M} \quad (12)$$

اکنون با استفاده از فرمول ارائه شده بهره وری کل شرکت سنگ آهن مرکزی

ایران - بافق براساس مقدار کلی تولیدات و ارزش کل تولیدات به عنوان ستاده و

هزینه های نیروی انسانی (ارزش جبران خدمات کارکنان)، انرژی مصرفی، مواد

مصرفی و سرمایه ای، طی سال های ۸۹-۱۳۸۰ محاسبه می گردد. جداول زیر نشان

دهنده ی این مقادیر می باشند.

سال	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۱۳۸۳	۱۳۸۴
بهره وری کل	۳۲/۴۶	۱۹/۷۳	۱۳/۵۳	۱۰/۸۲	۱۱/۲۲
سال	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹
بهره وری کل	۱۰/۰۱	۸/۷۵	۸/۰۵	۶/۹۲	۹/۱۲

جدول ۱- بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق براساس مقدار کل تولیدات و با استفاده از فرمول (۱۲) طی سال های ۸۹-۱۳۸۰ (تن به میلیون ریال)

و جدول زیر مقادیر بهره وری کل براساس ارزش کل تولیدات و مطالب فوق را نشان می دهد.

سال	۱۳۸۰	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۱۳۸۳	۱۳۸۴
بهره وری کل	۴/۰۴	۲/۰۷	۱/۵۱	۲/۳۶	۲/۵۸
سال	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹
بهره وری کل	۲/۴۵	۲/۲۶	۲/۲۶	۱/۹۵	۳/۰۹

جدول ۲- بهره وری کل در شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق براساس ارزش کل تولیدات و با استفاده از فرمول (۱۲) طی سال های ۸۹-۱۳۸۰ (ریال به ریال)

در ادامه نمودارهای مقادیر بهره وری کل براساس مقدار کل تولیدات و ارزش کل تولیدات شرکت سنگ آهن مرکزی ایران - بافق، طی سال های ۸۹-۱۳۸۰،

هم چنین می توان این روش را برای دیگر معادن و نیز صنایع تصمیم داد و با توجه به یکسان بود روش اندازه گیری بهره وری، به منظور ارزیابی بهتر بهره وری، بهره وری کل در سیستم های صنعتی و معدنی مختلف را با یکدیگر مقایسه نمود.

### منابع

[۱] اصغریپور، محمد جواد؛ تصمیم گیری چند معیاره؛ انتشارات دانشگاه تهران؛ ۱۳۷۷.

[2] Gantmacher, F. R.; The Theory of Matrices; Vol.2; Chelsea Publishing Company; New York; 1959.

[3] Lellnan, R, E; Introduction to Matrix Analysis; McGraw Hill; New York; 1960.

[4] Lin, M. J; Group Decision Making Under Multiple Critters Methods and Application; Ph.D dissertation; Kansas state University.

[5] Smith, J. H; Aggregation of Preference with Variable Electorate; Econometrical; Vol.41; 1973.

[6] S. Schenkerman, S; Avoiding-rank-Reversal in AHP; European Journal of Operation-Research; 14; 1994.